COLEGIUL
NAŢIONAL DE
INFORMATICĂ
TUDOR VIANU

Str. Arhitect Ion Mincu nr.10, sector 1, Bucureşti, România
Tel/fax 021222 66 70; http://www.lbi.ro ; email: lbi@lbi.ro

15.05.2025

Colegiul Naţional de Informatică "Tudor Vianu"

Concursul "Micii Campioni" – 2025

Ziua 1

Problema 1. Suma a două numere naturale A şi B este 176. Dacă ştergem una dintre cifrele lui A se obţine numărul B. Determinaţi toate numerele A şi B cu această proprietate.

Problema 2. Pe o tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3 şi 3. Printr-o mutare înţelegem să mărim unul dintre numerele de pe tablă cu 1, altul cu 2, altul cu 4 şi cel rămas cu 5. Astfel obţinem patru numere. Păstrăm aceste numere pe tablă şi ştergem cele patru numere care erau pe tablă înaintea mutării.

a) După câte mutări suma celor patru numere aflate pe tablă va fi 2025?

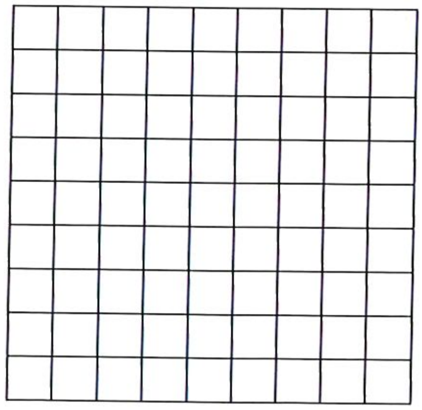
b) Arătaţi că oricâte mutări s-ar face, pe tablă nu vor putea fi scrise la un moment dat patru numere egale.

Problema 3. La o cofetărie sunt exact două tipuri de bomboane care costă 20 de lei şi respectiv 30 de lei kilogramul. Valoarea totală a bomboanelor care costă 20 de lei kilogramul este egală cu valoarea totală a bomboanelor care costă 30 de lei kilogramul. Cât trebuie să coste un kilogram de bomboane amestecate astfel încât să se obţină atâţia bani cat ar fi fost obţinuţi dacă bomboanele erau vândute separat?

Problema 4. Pe un cerc sunt scrise mai mult de trei numere naturale nenule având suma egală cu 101. Se ştie că suma oricăror trei numere aşezate consecutiv pe cerc este aceeaşi şi oricare două dintre numerele de pe cerc au poziţii diferite. Găsiţi numerele scrise pe cerc.

Problema 5. Se consideră o tablă 9×9 imaculată (albă) formată din 81 de pătrăţele 1×1, ca în figura alăturată. Se pot colora cu culoarea albastră unele dintre pătrăţele 1×1 ale tablei, astfel încât orice pătrăţel 1×1 să aibă exact două pătrăţele 1×1 vecine colorate cu albastru?

(Două pătrăţele 1×1 sunt vecine dacă au o latură comună). Justificaţi răspunsul.



Notă: Timp de lucru 2 ore. Fiecare problemă valorează 15 puncte

COLEGIUL NAŢIONAL DE INFORMATICĂ TUDOR VIANU

Str. Arhitect Ion Mincu nr.10, sector 1, Bucureşti, România
Tel/fax 021222 66 70; http://www.lbi.ro ; email: lbi@lbi.ro

15.05.2025

Colegiul Naţional de Informatică "Tudor Vianu"

Concursul "Micii Campioni" – 2025

Ziua 1

Soluţii şi bareme

Problema 1

Din enunţ rezultă că numărul A este format din 3 cifre şi numărul B este format din două cifre. Fie $A=\overline{abc}$ **3p**

1) Dacă $B=\overline{ab}$, din $\overline{abc}+\overline{ab}=176$ obţinem $a=1$ şi $\overline{bc}+\overline{b}=66$, adică b este 5 sau 6.

Dacă $b=6$, atunci $c=0$. Dacă $b=5 \Rightarrow c=11$, imposibil. Deci $A=160$ şi $B=16$. **5p**

2) Dacă $B=\overline{ac}$, atunci $\overline{abc}+\overline{ac}=176$, obţinem $a=1$ şi $\overline{bc}+c=66$, deci c este 3 sau 8.

Dacă $c=3$, atunci $b=6$, $A=163$ şi $B=13$.

Dacă $c=8$, atunci $b=5$, $A=158$ şi $B=18$. **5p**

3) Dacă $B=\overline{bc}$, atunci $a=1$ şi $2\cdot\overline{bc}=76 \Rightarrow \overline{bc}=38$, deci $A=138$ şi $B=38$. **2p**

Soluţiile sunt perechile $(160,16),(163,13),(158,18),(138,38)$.

Problema 2

a) Suma celor patru numere iniţiale este $1+2+3+3=9$ **2p**

La o mutare suma se măreşte cu $1+2+4+5=12$ **3p**

După k mutări suma devine $9+12\cdot k$, deci $9+12\cdot k=2025 \Leftrightarrow 12\cdot k=2016 \Leftrightarrow k=168$ **3p**

b) Presupunem că la un moment dat pe tablă sunt scrise patru numere egale. Fie n, număr natural, valoarea acestora. Atunci suma celor 4 numere este $4\cdot n$, număr par. **4p**

Dar suma numerelor după k mutări este $12\cdot k+9$, număr impar **3p**

Cum un număr par nu poate fi egal cu un număr impar, presupunerea este falsă, deci nu putem avea, la un moment dat, pe tablă 4 numere egale.

Problema 3

Notăm cu x cantitatea bomboanelor care costă 20 lei kg, cu y cantitatea de bomboane care costă 30 lei kg şi cu a preţul unui kilogram de bomboane amestecate. **2p**

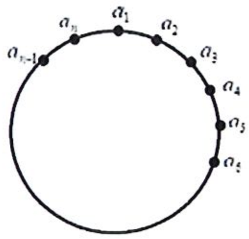
Avem $20x = 30y$ şi $a \cdot (x + y) = 2 \cdot 20 \cdot x$ **6p**

Din $a \cdot (x + y) = 40 \cdot x$, prin inmulţire cu 30 obţinem $a \cdot (30 \cdot x + 30 \cdot y) = 1200 \cdot x$ adică $a \cdot (30 \cdot x + 20 \cdot x) = 1200 \cdot x$, deci $50 \cdot a \cdot x = 1200 \cdot x$ **5p**

Prin urmare $a = 1200 : 50 = 24$ **2p**

Deci preţul unui kilogram de bomboane amestecate trebuie să fie 24 de lei.

Problema 4



Notăm $a_1, a_2, \ldots, a_n$ numerele scrise pe cerc. Din egalitatea $a_1 + a_2 + a_3 = a_2 + a_3 + a_4$ rezultă $a_1 = a_4$. La fel obţinem $a_1 = a_4 = a_7 = \ldots = x$ **5p**

Analog obţinem $a_2 = a_5 = a_8 = \ldots = y$ şi $a_3 = a_6 = a_9 = \ldots = z$ **4p**

Avem trei situaţii:

1) Dacă $n = 3 \cdot k$, atunci $k \cdot (x + y + z) = 101$, unde $k > 1$ şi $x + y + z > 1$, imposibil **2p**

2) Dacă $n = 3 \cdot k + 1$, atunci $a_n = x$, $a_{n-1} = z$ şi din egalitatea $a_{n-1} + a_n + a_1 = a_n + a_1 + a_2 \Rightarrow a_{n-1} = a_2 \Rightarrow y = z$. Pe de altă parte, din egalitatea $a_n + a_1 + a_2 = a_1 + a_2 + a_3 \Rightarrow a_n = a_3 \Rightarrow x = z$, deci $x = y = z$ şi $(3 \cdot k + 1) \cdot x = 101$, imposibil **2p**

3) Dacă $n = 3 \cdot k + 2$, la fel ca în cazul 2) obşinem că toate numerele sunt egale între ele şi $(3 \cdot k + 2) \cdot x = 101$, de unde $x = 1$ şi $3 \cdot k + 2 = 101$. Deci pe cerc avem 101 numere, toate egale cu 1 .... **2p**

Problema 5

1	2							
3	4	5						
	6	7	8					
		9	10	11				
			12	13	14			
				15	16	17		
					18	19	20	
						21	22	23
							24	25

Vom demonstra că nu se poate.

Să presupunem că s-ar reuşi o astfel de colorare. Atunci pătrăţelele 2 şi 3, vecine cu 1 (vezi figura) ar fi colorate **5p**

Pătrăţelele 2 şi 3 sunt vecine şi cu 4, deci pătrăţele 5 şi 6 nu sunt colorate **3p**

Atunci pătrăţelele 8 şi 9, vecine cu 7 sunt colorate **2p**

Continuând aceste raţionamente deducem că pătrăţelele 11, 12 nu sunt colorate, iar 14 şi 15 sunt colorate **2p**

Analog obţinem că pătrăţelele 17, 18 nu sunt colorate, 20 şi 21 sunt colorate, iar pătrăţelele 23 şi 24 nu sunt colorate **2p**

Deci pătrăţelele vecine cu 25 nu sunt colorate, contradicţie. **1p**