



Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu”
Concursul „Micii Campioni” – 2022
Ziua 1

Problema 1. Determinați cifrele distincte a, b, c, d știind că:

$$\overline{abba} + a + b = \overline{cdda}.$$

Problema 2. Trei elevi au scris fiecare câte o listă de 50 de cuvinte diferite. După aceea, confruntând listele, s-au șters cuvintele care s-au găsit de cel puțin două ori. Ca rezultat, unul a rămas cu 27 de cuvinte, altul cu 38 iar al treilea cu 34. Să se demonstreze că cel puțin un cuvânt a fost scris de cei trei elevi.

Problema 3. Ana are o cutie cu bomboane. Ea ia de cinci ori bomboane din cutie astfel:

- de fiecare dată ia mai multe bomboane decât luase data precedentă;
- prima dată a luat de trei ori mai puține bomboane decât a luat a cincea oară;
- în total a luat 31 de bomboane.

Câte bomboane a luat Ana a patra oară din cutie?

Problema 4. Un ceas electronic afișează timpul în intervalul de la 00 : 00 : 00 la 23 : 59 : 59. De câte ori, în acest interval, apare pe ecranul ceasului o secvență de cifre care se scrie la fel de la stânga spre dreapta ca și de la dreapta spre stânga? (Un astfel de exemplu este 01 : 55 : 10)

Problema 5. Într-o clasă, niște elevi au organizat un turneu de șah. Turneul s-a desfășurat după regula „fiecare elev joacă câte o partidă cu fiecare dintre ceilalți elevi”. În timpul desfășurării turneului, doi elevi care jucaseră același număr de partide s-au îmbolnăvit și s-au retras din turneu, iar ceilalți au continuat turneul până la sfârșit. Știind că în turneu s-au jucat 23 de partide, determinați dacă cei doi elevi care s-au îmbolnăvit au jucat între ei până la momentul retragerii lor din turneu.

Timp de lucru 2 ore.

Fiecare problemă valorează 15 puncte.



Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu”

Concursul „Micii Campioni” – 2022

Ziua 1

Problema 1. Determinați cifrele distincte a, b, c, d știind că:

$$\overline{abba} + a + b = \overline{cdda}.$$

Soluție și barem orientativ Deoarece numerele $\overline{abba}$ și $\overline{cdda}$ se termină cu aceeași cifră rezultă că $a + b$ se termină în 0, adică $a + b = 10$ și implicit $\overline{abba} + 10 = \overline{cdda}$ **5p**

Observăm că primele cifre ale numerelor $\overline{abba}$ și $\overline{cdda}$ sunt diferite, de unde rezultă că a fost o trecere peste mie **3p**

Dar acest lucru este posibil doar când $b = 9$ **3p**

De aici obținem $a = 1, c = 2$ și $d = 0$ **4p**

Observație: Orice determinare corectă a cifrelor a, b, c, d fără justificări se punctează cu 3 puncte.

Problema 2. Trei elevi au scris fiecare câte o listă de 50 de cuvinte diferite. După aceea, confruntând listele, s-au șters cuvintele care s-au găsit de cel puțin două ori. Ca rezultat, unul a rămas cu 27 de cuvinte, altul cu 38, iar al treilea cu 34. Să se demonstreze că cel puțin un cuvânt a fost scris de cei trei elevi.

Soluție și barem orientativ Presupunem contrariul. Atunci fiecare cuvânt șters a fost scris de exact doi elevi. **4p**

Dacă un cuvânt este șters, atunci el este șters de exact doi elevi și prin urmare numărul cuvintelor șterse este par. **4p**

Inițial numărul cuvintelor scrise este 150, adică număr par. Deci și numărul cuvintelor rămase trebuie să fie par. **4p**

Însă din enunțul problemei a rămas un număr impar de cuvinte $27 + 38 + 34 = 99$, contradicție. **3p**

Problema 3. Ana are o cutie cu bomboane. Ea ia de cinci ori bomboane din cutie astfel:

- de fiecare dată ia mai multe bomboane decât luase data precedentă;
- prima dată a luat de trei ori mai puține bomboane decât a luat a cincea oară;
- în total a luat 31 de bomboane.

Câte bomboane a luat Ana a patra oară din cutie?

Soluție și barem orientativ Notăm cu a, b, c, d și e numărul de bomboane pe care Ana îl ia din cutie succesiv, începând cu prima dată și terminând cu a cincea oară.

$$\text{Avem } a < b < c < d < e, e = 3a \text{ și } a + b + c + d + e = 31 \text{ } \mathbf{1p}$$

Dacă $a \geq 4$, atunci $b \geq 5$, $c \geq 6$, $d \geq 7$, $e \geq 12$ și cum $a + b + c + d + e \geq 4 + 5 + 6 + 7 + 12 = 34 > 31$, contradicție 4p

Dacă $a \leq 2$, atunci $e \leq 6$ și $d \leq 5$, $c \leq 4$, $b \leq 3$ și cum $a + b + c + d + e \leq 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20 < 31$, contradicție. Prin urmare, $a = 3$ și $e = 9$ 4p

Dacă $d \leq 7$, atunci $c \leq 6$ și $b \leq 5$ și cum $a + b + c + d + e \leq 3 + 5 + 6 + 7 + 9 = 30 < 31$, contradicție 4p

Deci $d = 8$, iar un exemplu valid este următorul:

$a = 3$, $b = 5$, $c = 6$, $d = 8$, $e = 9$ 2p

Problema 4. Un ceas electronic afișează timpul în intervalul de la 00 : 00 : 00 la 23 : 59 : 59. De câte ori, în acest interval, apare pe ecranul ceasului o secvență de cifre care se scrie la fel de la stânga spre dreapta ca și de la dreapta spre stânga? (Un astfel de exemplu este 01 : 55 : 10)

Soluție și barem orientativ Dacă pe ecran apare secvența $ab : cd : ef$, atunci $0 \leq a \leq 2$, $0 \leq b \leq 9$, $0 \leq c \leq 5$, $0 \leq d \leq 9$, $0 \leq e \leq 5$, $0 \leq f \leq 9$ 3p

Deoarece $a = f$, $b = e$ și $c = d$, atunci o astfel de secvență este determinată de cifrele a, b și c , unde $0 \leq a \leq 2$, $0 \leq b \leq 5$ și $0 \leq c \leq 5$ 4p

Dacă $a = 0$ sau $a = 1$, atunci b și c sunt cifre de la 0 la 5, în total sunt $2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$ de secvențe 4p

Dacă $a = 2$, atunci $0 \leq b \leq 3$ și $0 \leq c \leq 5$ și numărul acestor secvențe este de $4 \cdot 6 = 24$ 3p

În total sunt $72 + 24 = 96$ de secvențe 1p

Problema 5. Într-o clasă, niște elevi au organizat un turneu de șah. Turneul s-a desfășurat după regula „fiecare elev joacă câte o partidă cu fiecare dintre ceilalți elevi”. În timpul desfășurării turneului, doi elevi care jucaseră același număr de partide s-au îmbolnăvit și s-au retras din turneu, iar ceilalți au continuat turneul până la sfârșit. Știind că în turneu s-au jucat 23 de partide, determinați dacă cei doi elevi care s-au îmbolnăvit au jucat între ei până la momentul retragerii lor din turneu.

Soluție și barem orientativ Notăm cu A și B elevii care s-au îmbolnăvit. 6 elevi care joacă între ei „fiecare cu fiecare” vor juca împreună $6 \times 5 : 2 = 15$ partide 1p

7 elevi care joacă între ei „fiecare cu fiecare” câte o partidă, vor juca împreună $6 \times 7 : 2 = 21$ de partide 1p

8 elevi care joacă între ei „fiecare cu fiecare” câte o partidă, vor juca împreună $7 \times 8 : 2 = 28$ de partide 1p

Prin urmare, în turneu, în afară de A și B , au participat 6 sau 7 elevi 3p

Caz I Dacă în turneu au fost 8 elevi, atunci numărul partidelor jucate împreună de A și B ar fi fost $23 - 15 = 8$ partide 3p

Caz II Dacă în turneu au fost 9 elevi, atunci numărul partidelor jucate împreună de A și B ar fi fost $23 - 21 = 2$ partide 3p

Dacă elevii A și B ar fi jucat între ei, atunci ar fi jucat cu ceilalți participanți 7 partide, în primul caz, și o partidă în cazul al doilea. Deci nu ar fi putut juca același număr de partide fiecare 3p

Răspuns: Elevii care s-au retras nu au jucat între ei.

Orice soluție alternativă completă a oricărei probleme va primi punctaj maxim. Orice soluție alternativă incompletă va fi punctată corespunzător.